

CAPÍTULO 8

ESTIMATIVA DA INCERTEZA E CORREÇÃO EM MEDIÇÕES DIRETAS

Há um grande número de casos onde as incertezas do sistema de medição são dominantes. O capítulo 6 trata da determinação do resultado da medição para estes casos. Entretanto, há situações mais complexas onde outros fatores também trazem incertezas significativas sobre o resultado de uma determinada medição. Por exemplo, a influência do operador (considerando desde a sua destreza em usar o SM até a sua capacidade de fazer uma leitura corretamente), as variações da temperatura ambiente (que afeta o SM e pode modificar a peça medida) e o procedimento de medição, são exemplos de outros fatores que se somam às incertezas do próprio SM. Cada um destes fatores traz uma componente aleatória, mas também pode trazer uma componente sistemática.

Para estimar adequadamente a correção e as incertezas envolvidas em uma operação de medição é necessário caracterizar perfeitamente o *processo de medição*. Deve ser considerado tudo que pode influenciar no resultado da medição. Por exemplo: além do próprio sistema de medição e seus eventuais acessórios, o procedimento como as medições são efetuadas e os dados são tratados, a definição do mensurando e os princípios de medição envolvidos, a ação de grandezas de influência sobre o sistema de medição e/ou sobre o mensurando e a ação do operador, para citar os mais importantes. Cada um desses elementos acrescenta uma componente de incerteza ao resultado da medição e devem ser convenientemente considerados e combinados para que se obtenha uma estimativa realista da incerteza do processo de medição.

Neste texto, o termo *fonte de incertezas* é utilizado de forma genérica para referenciar qualquer fator cuja influência sobre a medição efetuada traga componentes aleatórias e/ou sistemáticas para o resultado da medição.

Este capítulo apresenta metodologia baseada no “Guia Para Expressão de Incertezas em Medições” [1], aqui denominado simplesmente de “o guia”, com a qual são estimadas e combinadas as contribuições sistemáticas e aleatórias de cada fonte de incertezas. Por razões didáticas, neste capítulo serão abordados aspectos referentes à estimativa das incertezas em medições diretas. O capítulo 9 abordará a determinação das incertezas nas medições indiretas.

Uma *medição direta* é aquela cuja indicação resulta naturalmente da aplicação do sistema de medição sobre o mensurando. Há apenas uma grandeza de entrada envolvida. A medição de um diâmetro com um paquímetro, e a temperatura de uma sala por um termômetro, são dois exemplos de medição direta. A *medição indireta* envolve a combinação de duas ou mais grandezas de entrada por meio de expressões matemáticas que viabilizam a determinação do valor associado ao mensurando. São exemplos de medição indireta: (a) a determinação da área de um terreno a partir da multiplicação dos valores medidos para sua largura e comprimento e (b) a determinação da massa específica de um material calculada a partir da razão entre sua massa e seu volume separadamente medidos.

8.1 Fontes de Incertezas

Para identificar as várias fontes de incertezas que agem sobre um processo de medição é necessário conhecer muito bem o processo de medição. O próximo passo é fazer uma análise crítica, procurando identificar tudo que pode trazer influências sobre o resultado da medição. Normalmente as fontes de incertezas estão contidas nos *meios e métodos* de medição, no *ambiente* e na *definição do mensurando*. Por *meios de medição* entende-se, além do próprio SM, acessórios, dispositivos e módulos complementares, o operador deve também ser incluído. O *método de medição* refere-se ao procedimento segundo o qual a medição é efetuada, por exemplo, o número de medições repetitivas, a forma de repetir, a maneira de zerar um SM, o sentido de medição, o tempo entre medições, etc. Os fatores relacionados ao *ambiente* referem-se principalmente à influência da temperatura (sobre o SM e sobre o mensurando), porém, outros fatores como variações da tensão da rede elétrica, alterações de umidade relativa do ar e pressão atmosférica podem também ser significantes. A *definição do mensurando* pode afetar o resultado da medição: por exemplo, se a sua definição não for clara ou precisa ou mesmo se o mensurando for variável, o resultado da medição será afetado. A medição da temperatura no interior de um refrigerador (variável), o diâmetro de um eixo com geometria imperfeita (varia de ponto para ponto), a distância entre duas cidades (marcos não muito bem definidos), são exemplos de situações onde o mensurando não está bem definido.

Para que a influência de cada fonte de incertezas seja corretamente considerada é necessário caracterizar as respectivas componentes aleatória e, quando for o caso, sistemática que estas trazem sobre o processo de medição.

Fundamentalmente, dois parâmetros numéricos devem ser estimados para cada fonte de incertezas: a *incerteza padrão* (u), e a *correção* (C). A incerteza padrão é uma medida relacionada aos erros aleatórios trazidos pela fonte de incertezas. A correção é o parâmetro que deve ser adicionado à indicação para corrigir os efeitos sistemáticos da fonte de incertezas.

Se fossem perfeitamente determinadas, as influências dos efeitos sistemáticos poderiam ser exatamente compensadas por sua correção. Entretanto, como o valor da correção nunca pode ser perfeitamente conhecido, a correção dos efeitos sistemáticos não pode ser perfeita, o que dá origem a uma incerteza residual. No conjunto, as diversas componentes de incerteza, residuais ou não, deve ser levadas em conta e combinadas para que a incerteza expandida seja corretamente estimada.

8.2 Incerteza padrão

A *incerteza padrão* (u) de uma fonte de incertezas é definida como a *faixa de dispersão em torno do valor central equivalente a um desvio padrão*. Portanto, corresponde ao desvio padrão do erro aleatório associado à fonte de incertezas.

A estimativa da incerteza padrão associada a uma fonte de incertezas pode ser efetuada através de procedimentos estatísticos ou por outros meios:

8.2.1 Estimativa da incerteza padrão por meios estatísticos (avaliação “tipo A”)

Há várias situações onde o desvio padrão experimental associado a uma fonte de incertezas pode ser estimado a partir de valores de observações repetitivas do mensurando. A incerteza padrão coincide então com o valor estimado do desvio padrão.

O “guia” denomina os procedimentos estatísticos como procedimentos “tipo A”.

Suponha que a variável aleatória q represente os efeitos de uma fonte de incertezas sobre o resultado da medição. O desvio padrão experimental desta variável q é determinado a partir de “n” valores independentemente obtidos para a variável q , isto é, q_k (para $k = 1, 2, \dots, n$). A média de q pode ser estimada por:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (8.1)$$

O desvio padrão experimental de q , representado por “s”, é estimado por:

$$s(q) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2}{n-1}} \quad (8.2)$$

Uma vez estimado $s(q)$, a incerteza padrão a ser associada à fonte de incerteza avaliada depende apenas do procedimento de medição utilizado. Se apenas uma medição é efetuada, a incerteza padrão é dada por:

$$u(q) = s(q) \quad (8.3)$$

Entretanto, se “m” medições são efetuadas e o seu valor médio é usado para calcular o resultado da medição, a incerteza padrão corresponde ao desvio padrão da média de “m” medições, ou seja:

$$u(q) = s(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{m}} \quad (8.4)$$

O “guia” denota por ν o número de *graus de liberdade* associado à determinação da incerteza padrão. O número de graus de liberdade (ν) é calculado como o número de dados usados para estimar o desvio padrão experimental (n) menos um, isto é:

$$\nu = n - 1 \quad (8.5)$$

8.2.2 Estimativa da incerteza padrão por meios não estatísticos (avaliação “tipo B”)

Há várias situações onde não é prático, ou mesmo possível, usar procedimentos estatísticos para estimar o desvio padrão experimental associado a uma fonte de incertezas. Outras informações devem ser usadas para estimar o desvio padrão associado aos efeitos da fonte de incertezas sobre o processo de medição.

A nomenclatura adotada no “guia” denomina os procedimentos não estatísticos como procedimentos de avaliação “tipo B”.

Informações conhecidas *a priori* sobre o comportamento da fonte de incertezas ou deduzidas por observação das suas características, são consideradas. Informações obtidas de medições anteriores, certificados de calibração, especificações do instrumento, manuais técnicos e mesmo estimativas baseadas em conhecimentos e experiências anteriores do experimentalista, são exemplos de conhecimento *a priori* que podem ser levados em conta. Os limites dentro dos quais uma fonte de incertezas naturalmente se encontra, e o tipo de distribuição de probabilidade tipicamente atribuída a esta podem ser deduzidos em alguns casos.

8.3 Estimativas baseadas em levantamentos estatísticos conhecidos a priori

É o caso em que existem levantamentos estatísticos anteriores, realizados em um tempo passado, que fornecem dados quantitativos confiáveis sobre os efeitos da fonte de incertezas considerada sobre a medição. Certificados ou relatórios de calibração de padrões ou módulos do sistema de medição normalmente trazem este tipo de informação. Registros históricos das características metrológicas ou operacionais de elementos utilizados na medição ou das próprias grandezas de influência, podem também ser utilizados.

Deve-se procurar extrair da documentação disponível estimativas da influência das parcelas sistemática e da incerteza padrão associadas à fonte de incertezas e seus efeitos sobre o valor indicado pelo sistema de medição.

Muitas vezes encontra-se na documentação disponível o parâmetro denominado *incerteza expandida*. É possível calcular a incerteza padrão a partir da incerteza expandida dividindo esta última por um parâmetro conhecido como *fator de abrangência*. Estes conceitos serão detalhadamente apresentados no item 8.4, bem como a forma de converter um parâmetro no outro.

8.4 Estimativas baseadas em limites máximos de variação

Não é rara a situação onde o conjunto de informações disponíveis sobre a fonte de incertezas considerada seja muito limitado. Mesmo na ausência de levantamentos estatísticos anteriores é ainda válida a busca por outros elementos que levem a uma estimativa segura para os limites de influências da fonte de incertezas.

Em algumas situações dispõe-se de informações que permitem estimar os limites máximos dentro dos quais espera-se que os efeitos da fonte de incertezas sobre o mensurando estejam contidos. São exemplos:

- ◆ registros históricos de valores típicos de grandezas de influência;
- ◆ informações extraídas de folhas de especificações técnicas de sistemas ou padrões;
- ◆ normas que regulamentam limites máximos admissíveis para a grandeza de influência ou classe de padrões ou instrumentos de referência utilizados;
- ◆ informações extraídas de curvas de calibração na forma de limites máximos de erros;
- ◆ deduções ou análises acerca dos efeitos da fonte de incertezas baseados em suas propriedades e características naturais.

Nestes casos, caracterizam-se os limites superior (LS) e inferior (LI) dentro do qual se situam os efeitos da fonte de incertezas sobre o processo de medição em análise.

Quando não há informações adicionais suficientes para permitir que seja determinada a forma da distribuição de probabilidades associada aos efeitos desta fonte de incertezas,

geralmente assume-se, por segurança, a existência de uma distribuição de probabilidades uniforme (ou retangular), isto é, há a mesma probabilidade do efeito se situar em qualquer ponto dentro dos limites estabelecidos.

Seja q uma variável aleatória com distribuição retangular contida entre os limites LI e LS. Seu valor médio e incerteza padrão podem ser estimados respectivamente por:

$$\bar{q} = \frac{LI + LS}{2} \quad (8.6)$$

e

$$u(q) = \frac{LS - LI}{2\sqrt{3}} \quad (8.7)$$

Onde:

LI e LS são, respectivamente, os limites inferior e superior da faixa que delimita os efeitos da fonte de incertezas sobre a indicação do sistema de medição

A correção deve ser estimada a partir dos efeitos que o valor médio da grandeza de influência exerce sobre a indicação.

O “guia” recomenda que, nos casos em que a forma da distribuição de probabilidade é assumida como conhecida, como é o caso da distribuição uniformes (ou retangular), o número de graus de liberdade adotado seja infinito.

Há outras distribuições de probabilidade que podem melhor se adequar a situações particulares. Estes casos não serão tratados neste texto. Recomenda-se consultar o “guia”.

8.5 Combinação de efeitos

Uma vez estimadas a correção e a incerteza padrão para cada fonte de incertezas, estas devem ser consideradas em conjunto para que, tanto a correção combinada, quanto a incerteza padrão combinada, possam ser determinadas para o processo de medição.

8.5.1 Correção combinada

As componentes sistemáticas de cada fonte de incertezas devem ser combinadas por soma algébrica simples. Os valores das correções associadas a cada fonte de incertezas devem estar expressos na mesma unidade, que deve ser a unidade do mensurando. Por exemplo, se a temperatura afeta o valor medido de um comprimento, o efeito da temperatura média sobre a medição do comprimento deve ser expresso em unidades de comprimento e não em unidades de temperatura.

Assim, a *correção combinada* para “p” fontes de incertezas deve ser estimada por:

$$C_C = \sum_{k=1}^p C_k \quad (8.8)$$

sendo:

C_k representa a correção associada à k-ésima fonte de incerteza

p é o número de fontes de incertezas considerado

C_c representa a correção combinada das “p” fontes de incertezas

8.5.2 Incerteza padrão combinada

Os efeitos aleatórios de cada fonte de incertezas devem ser considerados para compor a chamada *incerteza padrão combinada*. Para que a estimativa da incerteza padrão combinada seja efetuada de forma correta, algumas propriedades das variáveis aleatórias devem ser consideradas.

Duas variáveis aleatórias são ditas estatisticamente independentes se suas variações se comportam de forma totalmente desvinculadas, isto é, não há nenhuma relação entre o crescimento aleatório de uma e o crescimento (ou decrescimento) aleatório da outra. Um exemplo é a relação entre a temperatura do mar na praia da Joaquina e a cotação do Dollar. São completamente desvinculadas. Do ponto de vista estatístico duas variáveis são ditas independentes ou não correlacionadas, se seu coeficiente de correlação é zero. É a relação mais comumente observada entre as fontes de incertezas nas medições diretas.

Por outro lado, duas variáveis aleatórias são ditas estatisticamente dependentes se suas variações se dão de forma vinculadas, isto é, há uma relação nitidamente definida entre o crescimento de uma e o crescimento da outra de forma proporcional à primeira. Do ponto de vista estatístico estas variáveis são ditas correlacionadas, e seu coeficiente de correlação é unitário e positivo (+1). Há ainda o caso em que o crescimento da primeira está nitidamente atrelado ao decrescimento proporcional da segunda. Neste caso estas variáveis são ditas possuir correlação inversa, e seu coeficiente de correlação é -1. São raros os casos onde fontes de incertezas estatisticamente dependentes estão presentes em medições diretas.

Sejam “X1” e “X2” duas variáveis aleatórias estatisticamente independentes. Seja “Y” calculado pela soma: $Y = X_1 + X_2$ e “Z” pela diferença: $Z = X_1 - X_2$. “Y” e “Z” também serão variáveis aleatórias. É possível demonstrar que as médias de “Y” e “Z” podem ser estimadas por:

$$\begin{aligned}m_Y &= m_{X_1} + m_{X_2} \\m_Z &= m_{X_1} - m_{X_2}\end{aligned}\tag{8.9}$$

Sendo “X1” e “X2” estatisticamente independentes, é possível demonstrar que os desvios padrões de “Y” e “Z” podem ser calculados a partir dos desvios padrões de “X1” e “X2” por:

$$\begin{aligned}s_Y &= \sqrt{s_{X_1}^2 + s_{X_2}^2} \\s_Z &= \sqrt{s_{X_1}^2 + s_{X_2}^2}\end{aligned}\tag{8.10}$$

As equações (8.10) mostram que, se X1 e X2 são variáveis estatisticamente independentes, o desvio padrão da sua soma e da sua diferença coincidem, e obtidos pela raiz quadrada da soma dos quadrados de ambos. É possível mostrar que a expressão (8.10) pode ser generalizada para estimar a soma (ou subtração ou combinações de somas e subtrações) de um número ilimitado de termos:

$$s_{(X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_p)} = \sqrt{s_{X_1}^2 + s_{X_2}^2 + \dots + s_{X_p}^2}$$

Freqüentemente na medição direta os efeitos associados às várias fontes de incertezas se refletem sobre a indicação do sistema de medição como parcelas aditivas, isto é, cada fonte de incertezas soma (ou subtrai) sua contribuição sobre a indicação. É como se houvesse uma soma dos efeitos de várias variáveis aleatórias.

Ao desvio padrão resultante da ação conjunta das várias fontes de incertezas agindo simultaneamente sobre o processo de medição denomina-se de *incerteza padrão combinada*. A incerteza padrão combinada (u_c) das várias fontes de incertezas pode ser estimada a partir das incertezas padrão de cada fonte de incertezas por:

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_p^2} \quad (8.11)$$

sendo

$u_1, u_2, \dots, u_p$ representam as incertezas padrão de cada uma das “p” fontes de incertezas

u_c representa a incerteza padrão combinada

Também aqui é necessário que as incertezas padrão de cada fonte de incertezas sejam expressas na mesma unidade do mensurando.

A expressão (8.11) só é válida para estimar a incerteza padrão combinada se os efeitos de cada fonte de incertezas manifestarem-se de forma aditiva sobre a indicação e no caso que estas sejam mutuamente estatisticamente independentes. Caso ao menos uma destas condições não seja obedecida, as expressões desenvolvidas no capítulo 9 devem ser consideradas em lugar da (8.11).

8.5.3 Número de graus de liberdade efetivo

Quando as incertezas padrão de várias fontes de incertezas são consideradas para estimar a incerteza padrão combinada, o número de graus de liberdade resultante da incerteza padrão combinada deve ser estimado.

O “guia” denomina por *número de graus de liberdade efetivos* (v_{ef}) o número de graus de liberdade associado à incerteza padrão combinada. O “guia” recomenda a utilização da equação de Welch-Satterthwaite para estimar o número de graus de liberdade efetivos:

$$\frac{u_c^4}{u_{ef}} = \frac{u_1^4}{u_1} + \frac{u_2^4}{u_2} + \dots + \frac{u_p^4}{u_p} \quad (8.12)$$

onde:

u_c é a incerteza padrão combinada;

$u_1, u_2, \dots, u_p$ são as incertezas padrão de cada uma das “p” fontes de incerteza;

$v_1, v_2, \dots, v_p$ são os números de graus de liberdade de cada uma das “p” fontes de incerteza;

v_{ef} é o número de graus de liberdade efetivo associado à incerteza padrão combinada.

Incerteza expandida

A incerteza padrão combinada, estimada através da equação (8.11), corresponde ao desvio padrão resultante da ação combinada das várias fontes de incertezas consideradas.

Em aplicações nas áreas da engenharia é comum trabalhar com níveis de confiança de 95%. Para atingir este nível de confiança, a incerteza padrão combinada (u_c), que corresponde a apenas um desvio padrão, deve ser multiplicada por um coeficiente numérico, o coeficiente de Student. No “guia”, este coeficiente é denominado de *fator de abrangência*, comumente representado pelo símbolo “ k_{95} ” quando o nível de confiança 95% é usado.

A denominada *incerteza expandida* ($U_{95\%}$) corresponde à faixa de valores que enquadra a incerteza com nível de confiança de aproximadamente 95%. É estimada por:

$$U_{95\%} = k_{95\%} \cdot u_c \quad (8.13)$$

sendo

u_c é a incerteza padrão combinada;

$k_{95\%}$ é o fator de abrangência para o nível de confiança de 95%

$U_{95\%}$ representa a incerteza expandida para o nível de confiança 95%

Nota: é muito comum representar a incerteza expandida pelo símbolo “U” e o fator de abrangência por “k” e subentendendo-se que o nível de confiança é sempre 95%.

O fator de abrangência $k_{95\%}$ equivale ao coeficiente de Student para dois desvios padrões (o que corresponde ao nível de confiança de 95,45%). O “guia” recomenda que a tabela reproduzida abaixo seja usada:

Tabela 8.1 – Valores para o fator de abrangência ($k_{95\%}$) para nível de confiança 95% em função do número de graus de liberdade efetivo (ν_{ef}):

ν_{ef}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16
k_{95}	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,23	2,20	2,17

ν_{ef}	18	20	25	30	35	40	45	50	60	80	100	∞
k_{95}	2,15	2,13	2,11	2,09	2,07	2,06	2,06	2,05	2,04	2,03	2,02	2,00

Para valores fracionários de ν_{ef} , interpolação linear pode ser usada se $\nu_{ef} > 3$. Alternativamente, o valor de k_{95} correspondente ao valor de ν_{ef} imediatamente inferior na tabela pode ser adotado.

Em geral a determinação da incerteza expandida segue os seguintes passos:

1. Estime as incertezas padrão e o número de graus de liberdade de cada fonte de incertezas considerada no processo de medição;
2. Estime a incerteza padrão combinada usando a equação (8.11);
3. Estime o número de graus de liberdade efetivos através da equação (8.12);
4. Entre na tabela 8.1 com o número de graus de liberdade efetivo e obtenha o fator de abrangência correspondente;
5. Estime a incerteza expandida multiplicando o fator de abrangência pela incerteza padrão combinada.

Exemplo: Estime a incerteza expandida de um processo de medição onde foram consideradas três fontes de incertezas cujas respectivas incertezas padrão e número de graus de liberdade estão especificados abaixo:

Fonte de incertezas I: $u_I = 0,012 \text{ mm}$, $n_I = 12$
 Fonte de incertezas II: $u_{II} = 0,006 \text{ mm}$, $n_{II} = \infty$
 Fonte de incertezas III: $u_{III} = 0,008 \text{ mm}$, $n_{III} = \infty$

Solução: Uma vez que as informações resultantes do Passo 1 acima já estão disponíveis, prossegue-se do passo 2:

Passo 2: Estimando $u_c = \sqrt{(0,012^2 + 0,006^2 + 0,008^2)} = 0,0156$

Passo 3: Estimando v_{ef} pela equação (5.16):

$$\frac{0,0156^4}{v_{ef}} = \frac{0,012^4}{12} + \frac{0,006^4}{\infty} + \frac{0,008^4}{\infty}$$

$$v_{ef} = 34,3$$

Passo 4: $k_{95\%} = 2,09$

Passo 5: $U_{95\%} = 2,09 * 0,0156 = 0,033 \text{ mm}$

8.6 Balanço de incertezas

É possível sistematizar o procedimento para estimar a correção combinada e a incerteza expandida associadas a um processo de medição onde mais de uma fonte de incertezas esteja envolvida. Recomenda-se que estas informações sejam organizadas na forma de uma planilha de avaliação, como a apresentada na tabela 8.2.

Tabela 8.2 – Planilha sugerida para realizar o balanço de incertezas

Fontes de incertezas		Efeitos sistemáticos	Efeitos aleatórios				
sim-bolo	Descrição	Correção []	valor bruto []	tipo de distribuição	divisor	u []	v
C_c	Correção combinada	(8.8)					
u_c	Incerteza padrão combinada			normal		(8.11)	(8.12)
U	Incerteza expandida (95%)			normal		(8.13)	

A tabela 8.2 possui três campos principais. No primeiro campo, formado pelas duas primeiras colunas, devem ser descritas cada fonte de incertezas considerada, uma por linha. A primeira coluna é reservada para, se desejado, atribuir um símbolo para a fonte de incertezas.

O segundo campo, formado pela terceira coluna, conterá informações sobre os efeitos sistemáticos. Na terceira coluna deverá ser atribuída a estimativa da correção associada à respectiva fonte de incertezas na mesma unidade do mensurando.

O terceiro campo, formado pelas demais colunas, contém informações acerca dos efeitos aleatórios associados a cada fonte de incertezas. A quarta coluna contém o valor bruto associado à fonte de incertezas por exemplo, os limites de uma distribuição uniforme. Na quinta coluna deve ser identificado o tipo de distribuição (uniforme, triangular, normal, etc). Na sexta coluna deve ser explicitado o divisor que transforma o valor bruto na incerteza padrão, assumindo normalmente $\sqrt{3}$ para distribuição uniforme (ou retangular), 2 quando o valor bruto é a incerteza expandida e 1 quando é o próprio desvio padrão experimental. Finalmente, a última coluna deverá conter o número de graus de liberdade associado a cada fonte de incertezas.

As três últimas linhas são usadas para exprimir os resultados combinados da análise de incertezas: a correção combinada, a incerteza padrão combinada, o número de graus de liberdade efetivos e, finalmente, a incerteza expandida. Em cada campo da tabela estão representados os números das equações usadas para estimar cada um destes parâmetros a partir dos demais dados da tabela.

Em linhas gerais, o procedimento de avaliação da incerteza expandida e correção combinada de um processo de medição pode ser organizado nos seguintes passos:

1. Analise o processo de medição. Procure entender claramente os princípios envolvidos e os procedimentos adotados para chegar ao resultado da medição.
2. Faça um levantamento de todas as fontes de incertezas que possuem influência sobre o processo de medição. Não descarte *a priori* fontes de incertezas que aparentemente não tenham influência significativa sobre o processo. Disponha cada fonte de incertezas em uma linha diferente da tabela.
3. Procure, para cada fonte de incertezas estimar os efeitos sistemáticos e aleatórios. Lembre-se que efeitos sistemáticos não conhecidos ou não compensados devem ser considerados como efeitos aleatórios. Estime e transponha para cada linha correspondente da tabela os valores estimados para a correção e os dados que permitam a estimativa da respectiva incerteza padrão, como o tipo de distribuição. Informe também o respectivo número de graus de liberdade. Mantenha uma memória de cálculo com as informações e considerações que levaram àquelas estimativas.
4. Calcule a correção combinada através da equação (8.8) somando algebricamente os valores da terceira coluna.
5. Calcule os valores das incertezas padrão de cada fonte de incertezas. Calcule a incerteza padrão combinada usando a equação (8.11) e transponha o resultado na sétima coluna da linha correspondente.
6. Calcule o número de graus de liberdade efetivos através da equação (8.12) e transponha o resultado para a última coluna da linha correspondente.
7. Estime a incerteza padrão através da equação (8.13).

8.7 Exemplo resolvido

A seguir é apresentado um exemplo completo resolvido onde um balanço de incertezas é realizado para a medição de uma massa com uma balança.

Formulação:

Determine a incerteza da medição da massa de um anel de ouro realizada nas seguintes condições:

Foi usada uma balança eletrônica com certificado de calibração. Os valores da correção e da respectiva incerteza (para $k = 2$) estão disponíveis para vários pontos da faixa de medição e são apresentados na figura 8.1;

esta balança apresenta um indicador digital com resolução de 0,05 g;

a temperatura no local onde a medição foi efetuada oscila tipicamente entre 24,0 e 26,0°C. Sabe-se que esta balança apresenta deriva térmica, isto é, acresce o valor da indicação de +0,025 g para cada +1°C de variação da temperatura ambiente acima da temperatura de calibração (20,0°C);

a calibração da balança foi realizada há 5 meses. Sabe-se que sua estabilidade em função do tempo permanece dentro dos limites de $\pm 0,02$ g/mês;

foram efetuadas as 12 medições independentes listadas na figura.

Deve ser ainda acrescentado que deseja-se compensar todos os efeitos sistemáticos possíveis, reduzindo ao máximo as incertezas.

Este problema está esquematicamente ilustrado na figura 8.1.

Solução:

A solução do problema segue o roteiro apresentado no item 8.5

Passo 1: Análise do processo de medição.

Trata-se de um mensurando invariável, medido repetidamente por 12 vezes. O certificado de calibração está disponível, onde constam estimativas para a correção e sua respectiva incerteza, sendo viável a correção dos respectivos efeitos sistemáticos. Devem ser considerados os efeitos da temperatura do ambiente sobre o comportamento da balança e que suas características se degradam com o tempo.

Passo 2: Identificação das fontes de incerteza.

- a) repetitividade da indicação (o fato de medições repetitivas não mostrarem sempre a mesma indicação) – símbolo adotado: Re
- b) erros detectados na calibração (a correção para cada ponto e sua respectiva incerteza) – símbolo adotado: Cal
- c) resolução limitada do dispositivo mostrador digital – símbolo adotado: R
- d) deriva temporal (degradação das características da balança com o tempo) – símbolo adotado: DTmp
- e) deriva térmica (influência da temperatura ambiente sobre o comportamento da balança) – símbolo adotado: DTer

Estas informações foram transpostas para as duas primeiras colunas da tabela 8.3.

Passo 3: estimativa dos efeitos sistemáticos e aleatórios

- a) Repetitividade da indicação: avaliação por métodos estatísticos (tipo A)

Sua influência é tipicamente aleatória, não há componente sistemática associada. Aplicando a equação (8.2) nas doze medidas efetuadas estima-se o desvio padrão experimental: $s = 0,0634$ g. A equação (8.4) é usada para estimar o desvio padrão experimental da média das doze medidas: $s/\sqrt{12} = 0,0183$ g. Esta já é uma estimativa da incerteza padrão associada. O número de graus de liberdade envolvido é $\nu = 12 - 1 = 11$.

b) Erros detectados na calibração: avaliação com base em informações existentes *a priori* (tipo B)

Os efeitos destas fontes de incertezas são estimados tendo por base dados já existentes decorrentes de uma calibração previamente realizada e apresentados no respectivo certificado.

Este certificado apresenta a respectiva correção para vários pontos da faixa de medição. O valor médio das indicações é 19,950 g. Como este valor está muito próximo de 20,00 g, o valor estimado para a correção -0,15 g é adotado. A respectiva incerteza expandida associada ($k = 2$) é de $\pm 0,08$ g, o que leva à incerteza padrão de $\pm 0,04$ g.

Observação: Nos casos em que a média das indicações não seja um valor muito próximo de um ponto onde uma estimativa para a correção é apresentada no certificado de calibração, é comum estimar os valores da correção e incerteza através de interpolação linear, tendo por base os respectivos valores dos pontos mais próximos. Isto deve ser feito com cautela, uma vez que não há garantias de que entre estes pontos o comportamento seja linear. Nestes casos, é prudente elevar o nível da incerteza obtida.

c) Resolução: avaliação com base em características naturais (tipo B)

A resolução do dispositivo mostrador digital da balança introduz uma componente adicional de erro devido ao truncamento numérico. Seu efeito é apenas de natureza aleatória e pode ser quantificado através dos limites máximos possíveis. O máximo erro de truncamento corresponde a metade do valor da resolução. O mínimo a menos metade da resolução. Este erro poderia então ser modelado por meio de uma distribuição uniforme (retangular), centrada no zero, e limites extremos dados por metade do valor da resolução ($-0,025$ g a $+ 0,025$ g).

d) Deriva temporal: avaliação com base em informações do certificado de calibração (tipo B)

Em função do tempo transcorrido após a calibração é possível que as características da balança tenham se degradado. Sua extensão pode ser estimada a partir dos limites máximos esperados para a balança, calculados a partir de dados da sua estabilidade ao longo do tempo (fig. 8.1). Para um período de 5 meses, espera-se que os erros estejam dentro do limite dado por $\pm 5 * 0,02 = \pm 0,10$ g. Não há como estimar os efeitos sistemáticos. Na falta de outras informações, assume-se uma distribuição retangular, centrada no zero, e com limites em $\pm 0,10$ g.

e) Deriva térmica: avaliação com base em informações do certificado de calibração (tipo B)

Em função da temperatura no local da medição ser diferente da temperatura na qual a calibração foi realizada, uma componente de incerteza adicional é introduzida. Uma vez conhecidas as características de estabilidade da balança em função da temperatura e os limites dentro dos quais a temperatura no local da medição se manteve, é possível estimar sua influência através dos limites máximos estimados para esta grandeza.

Para o limite superior da temperatura (26°C) a balança indica em média 0,15 g a mais. Para 24°C , indica 0,10 g a mais. Este efeito dá origem a uma parcela sistemática e outra aleatória. O valor médio de 0,125 g corresponde à melhor estimativa da parcela sistemática, levando ao valor da correção de -0,125 g. A parcela aleatória pode ser modelada através de uma distribuição uniforme (retangular), centrada no zero, com limites dados por $\pm 0,025$ g.

Passo 4: Estimativa da correção combinada

Aplicando a equação (8.8) chega-se à correção combinada de $-0,275$ g.

Passo 5: incertezas padrão de cada fonte e incerteza combinada

As respectivas incertezas padrão de cada fonte de incertezas calculadas a partir dos valores brutos, aplicado-se o devido divisor, estão apresentadas na tabela 8.3. A incerteza padrão combinada, calculada pela equação (8.11), é de $0,079$ g.

Passo 6: número de graus de liberdade efetivos

Aplicando a equação (8.12) chega-se a:

$$u_{ef} = \frac{(0,0740)^4}{\frac{(0,0183)^4}{11} + 0 + 0 + 0 + 0} = 2941$$

Passo 7: incerteza expandida

O fator de abrangência para 2941 graus de liberdade é 2,00. A incerteza expandida pode ser calculada multiplicando-se a incerteza padrão combinada por 2,00. Assim, tem-se:

$$U_{95\%} = 0,148 \text{ g.}$$

Tabela 8.3 – Balanço de incertezas do problema resolvido

Fontes de incertezas		Efeitos sistemáticos	Efeitos aleatórios				
sím-bolo	Descrição	correção [g]	valor bruto [g]	tipo de distribuição	divisor	μ [g]	ν
Re	Repetitividade	0,000	0,0183	normal	1	0,0183	11
Cal	Erros detectados na calibração	-0,150	0,0800	normal	2	0,0400	∞
R	Resolução	0,000	0,0025	uniforme	$\sqrt{3}$	0,0014	∞
DTmp	Deriva temporal	0,000	0,1000	uniforme	$\sqrt{3}$	0,0577	∞
Dter	Deriva térmica	-0,125	0,0250	uniforme	$\sqrt{3}$	0,0144	∞
C_c	Correção combinada	-0,275					
U_c	Incerteza padrão combinada			normal		0,074	2941
U	Incerteza expandida (95%)			normal		0,148	

Assim, o processo de medição apresenta correção combinada $- 0,275$ g e incerteza expandida $0,148$ g.

Finalmente, a massa medida teria como resultado:

$$RM = 19,950 - 0,275 \pm 0,148 = (19,68 \pm 0,15) \text{ g}$$

Considere, como um segundo exemplo, a mesma situação do problema anterior com a diferença que o operador deliberadamente não pretende fazer os cálculos necessários para compensar os efeitos sistemáticos. Obviamente que a parcela sistemática não compensada elevará a incerteza global da medição.

Para estimar a incerteza resultante neste caso, considere a soma dos valores absolutos das parcelas sistemáticas não compensadas (soma dos módulos das correções). Esta soma deve ser adicionada algebricamente à incerteza expandida já calculada para o caso em que os efeitos sistemáticos são compensados levando à nova incerteza expandida.

Assim, a soma dos valores absolutos das correções não compensadas leva a:

$$SC = |-0,150| + |-0,125| = 0,275 \text{ g}$$

A nova incerteza expandida será então:

$$U_{95\%} = 0,275 + 0,148 = 0,423 \text{ g}$$

Neste caso, há sensível piora na incerteza do processo de medição que passa a apresentar correção combinada zero e incerteza expandida 0,423 g, levando ao seguinte resultado da medição: